

大学物理 II 期末复习

温尊

目录

I 电磁学	5
1 电荷与静电场	7
1.1 电荷与库仑定律	7
1.2 电场和电场强度	7
1.3 高斯定理	8
1.4 电势及其与电场强度的关系	8
1.5 静电场中的金属导体	8
1.6 电容和电容器	9
1.7 静电场中的电介质	9
1.8 静电场的能量	10
2 电流和恒磁场	11
2.1 恒定电流和导电规律	11
2.2 磁场和磁感应强度	11
2.3 毕奥-萨伐尔定律	12
2.4 磁场高斯定理和安培环路定理	12
2.5 磁场对电流的作用	12
2.6 带电粒子在磁场中的运动	12
2.7 磁介质的磁化	12
2.8 铁磁性	13
3 电磁感应和麦克斯韦电磁理论	15
3.1 电磁感应及其基本定律	15
3.2 互感与自感	16
3.3 磁场的能量	17
3.4 麦克斯韦电磁理论	18
3.5 电磁波的产生和传播	18
II 光学	21
4 几何光学绪论 (不考)	23

4.1	几何光学中的基本定律和原理	23
4.2	光在球面上的折射	23
5	波动光学	25
5.1	光波及其相干条件	25
5.2	杨氏双缝干涉 (分波前法)	26
5.3	薄膜干涉 (分振幅法)	26
5.4	惠更斯-菲涅耳原理和衍射现象分类	27
5.5	单缝和圆孔的夫琅禾费衍射	28
5.6	衍射光栅	29
5.7	光的偏振态	30
5.8	偏振光的获得和检测	30
5.9	旋光现象和电磁场的光效应	30
III	量子物理学	31
6	波与粒子	33
6.1	黑体辐射	33
6.2	光电效应	33
6.3	康普顿效应	34
6.4	氢原子光谱和玻尔的量子论	34
6.5	微观粒子波动性	34
7	量子力学基础	35
7.1	波函数及其统计诠释	35
7.2	薛定谔方程	35
7.3	一维势阱和势垒问题	36
8	电子的自旋和原子的壳层结构	37
8.1	电子的自旋	37
8.2	原子的壳层结构	37
IV	狭义相对论	39
9	狭义相对论	41
9.1	狭义相对论基本原理	41
9.2	狭义相对论的时空观	41
9.3	狭义相对论动力学	42

Part I

电磁学

Chapter 1

电荷与静电场

1.1 电荷与库仑定律

内容 1.1.1. (1) 物体所带过剩电荷的总量称为电荷量, 简称为电荷;

(2) 电荷量只能取不连续的数值的性质, 称为电荷的量子化;

(3) 一切带电体的电荷量不随物体运动而改变, 称为电荷量是相对论性不变量.

内容 1.1.2 (库仑定律). 设两个点电荷的电荷量为 q_1, q_2 , 从 q_1 到 q_2 的有向线段记为 \mathbf{r}_{12} , 则 q_1 对 q_2 的力为

$$\mathbf{F}_{12} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r_{12}^2} \frac{\mathbf{r}_{12}}{r_{12}}.$$

1.2 电场和电场强度

内容 1.2.1. 电荷激发电场, 电场对处于其中的其他电荷施加电场力的作用.

内容 1.2.2. 试探电荷 (点电荷且电荷量很小) q_0 引入静电场定义 $\mathbf{E} = \frac{\mathbf{F}}{q_0}$ 为该处的电场强度. 其大小和方向不言自明.

内容 1.2.3. (1) 单个点电荷的电场, 不难求得其电场强度为 $\mathbf{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^3} \mathbf{r}$;

(2) 多个点电荷电场即为 $\mathbf{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_i \frac{q_i}{r_i^3} \mathbf{r}_i$;

(3) 我们考虑电荷体密度 ρ , 面密度 σ 和线密度 λ , 产生电场强度分别为

$$\mathbf{E}_1 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \iiint_V \frac{\rho d\tau}{r^3} \mathbf{r}, \mathbf{E}_2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \iint_{\Sigma} \frac{\sigma dS}{r^3} \mathbf{r}, \mathbf{E}_3 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_L \frac{\lambda dl}{r^3} \mathbf{r}.$$

内容 1.2.4. 考虑 $q, -q$ 相距 l 组成的电偶极子, 设负电荷到正电荷 l , 定义其电矩 $\mathbf{p} = ql$, 假设中垂线上点 $r \gg l$, 电场强度为 $\mathbf{E} = -\frac{\mathbf{p}}{4\pi\epsilon_0 r^3}$.

1.3 高斯定理

内容 1.3.1. 定义电通量为 $\Phi_e = \oiint_S \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S}$.

内容 1.3.2 (高斯定理). 通过一个任意闭曲面 S 的电通量 Φ_E 等于该面所包围的电荷的所有电量的代数和 $\sum q$ 除以 ϵ_0 . 与闭合曲面外的电荷无关. 用公式的话就是:

$$\Phi_E = \oiint_S \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S} = \frac{1}{\epsilon_0} \sum_{in,i} q_i.$$

注 1. 事实上我们可以把高斯定理写成 $\oiint_S \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S} = \frac{1}{\epsilon_0} \iiint_V \rho dV$, 其中 ρ 为其电荷体密度, 那么用数学的高斯定理会得到 $\oiint_S \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S} = \iiint_V \nabla \cdot \mathbf{E} dV = \frac{1}{\epsilon_0} \iiint_V \rho dV$, 则得到微分形式 $\nabla \cdot \mathbf{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$.

1.4 电势及其与电场强度的关系

内容 1.4.1. 在任何静电场中, 电荷运动时电场力所做的功只与始点和末点的位置有关, 与路径无关, 称静电场为保守场. 由此我们得到静电场的环路定理 $\oint_L \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = 0$.

内容 1.4.2. 做功为 $A_{PQ} = \int_P^Q q_0 \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = W_P - W_Q$, 从中容易看到做功和电势能变化的关系. 电势差记为 $V_P - V_Q = \frac{W_P}{q_0} - \frac{W_Q}{q_0} = \int_P^Q \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l}$.

我们取无穷远点为零势点, 那我们可以考虑 $V_P = V_P - V_\infty = \int_P^\infty \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l}$.

内容 1.4.3. (1) 单点电荷电势为 $V_P = \int_P^\infty \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = \int_r^\infty \mathbf{E} \cdot d\mathbf{r} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r}$;

(2) 多个点电荷电势为 $V_P = \sum_i \int_{r_i}^\infty \mathbf{E}_i \cdot d\mathbf{r} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_i \frac{q_i}{r_i}$;

(3) 我们考虑电荷体密度 ρ , 面密度 σ 和线密度 λ , 其电势分别为

$$V_{P1} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \iiint_V \frac{\rho d\tau}{r}, V_{P2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \iint_\Sigma \frac{\sigma dS}{r}, V_{P3} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_L \frac{\lambda dl}{r}.$$

内容 1.4.4. (1) 电荷沿等势面移动, 电场力不做功;

(2) 等势面处处与电场线正交.

内容 1.4.5. 由于 $dV = -\mathbf{E} \cdot d\mathbf{l}$, 则得到方向导数的关系 $E_l = -\frac{\partial V}{\partial l}$, 考虑标准正交基下的分量, 我们得到 $\mathbf{E} = -\nabla V$. 事实上考虑等势面的法向 n , 其单位向量为 \mathbf{e}_n , 则得到 $\mathbf{E} = -\frac{\partial V}{\partial n} \mathbf{e}_n$, 从而有 $\nabla V = \frac{\partial V}{\partial n} \mathbf{e}_n$.

内容 1.4.6. 考虑电偶极子 $(q, -q, l)$, 设 P 点距离电偶极子中点 r , 则电势为 $V = \frac{\mathbf{p} \cdot \mathbf{r}}{4\pi\epsilon_0 r^3}$, 其中 \mathbf{p} 为电偶极子的电矩.

1.5 静电场中的金属导体

内容 1.5.1. 金属导体放入静电场 \mathbf{E}_0 内, 使得自由电子在其某一侧集结, 使得产生负电荷, 而相对的面产生正电荷, 这就是静电感应现象. 那感应电荷自然会产生电场 \mathbf{E}' , 和原电场叠加得到 $\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 + \mathbf{E}'$, 事实上直到导体内部电场为零的时候, 电子定向移动停止, 产生静电平衡.

内容 1.5.2. 静电平衡的特点为:(1) 导体为等势体, 表面为等势面;

(2) 导体表面附近的场强处处与表面垂直;

(3) 导体内部不存在净电荷, 所有过剩电荷在表面.

内容 1.5.3. 取导体表面的一个小面元 ΔS , 会得到 $\frac{\sigma \Delta S}{\epsilon_0} = \frac{q}{\epsilon_0} = \oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S} = E\Delta S$, 则 $E = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$, 其意义不言自明.

内容 1.5.4. 导体空腔内部也无电场, 电势处处相等.

1.6 电容和电容器

内容 1.6.1. 孤立导体的电容为 $C = \frac{Q}{V}$; 两个导体组成的导体系统称为电容器, 其电容为 $C = \frac{Q_A}{U_{AB}}$.

内容 1.6.2. (1) 平行板电容器: 二者电场强度为 $E = \frac{\sigma}{\epsilon_0} = \frac{Q}{\epsilon_0 S}$, 电势差为 $U_{AB} = \int_A^B \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = \frac{Qd}{\epsilon_0 S}$, 则电容为 $C = \frac{Q}{U_{AB}} = \frac{\epsilon_0 S}{d}$;

(2) 同心球电容器: 场强为 $E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2}$, 同理可得电容为 $C = \frac{Q}{U_{AB}} = \frac{4\pi\epsilon_0 R_A R_B}{R_A - R_B}$;

(3) 同轴柱形电容器: 场强为 $E = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r}$, 同理可得电容为 $C = \frac{Q}{U_{AB}} = \frac{2\pi\epsilon_0 l}{\ln \frac{R_B}{R_A}}$.

内容 1.6.3. 电容器连接: 设有 n 个电容器 C_i , 则有

(1) 若串联, 则 $\frac{1}{C} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{C_i}$;

(2) 若并联, 则 $C = \sum_{i=1}^n C_i$.

1.7 静电场中的电介质

内容 1.7.1. (1) 绝缘体都属于电介质, 在静电场的作用下, 电介质表面会产生电荷, 称之为极化电荷;

(2) 按照分子极性的不同, 分为无极分子电介质和有极分子电介质;

(3) 无极分子电介质在外电场作用下, 分子正负电荷重心发生相对位移, 产生电偶极子, 产生分子电矩, 宏观表现为电介质表面产生极化电荷, 这称为电子位移极化; 本身有电矩的有极分子电介质在外电场作用下, 分子电矩都会一定程度上转向外电场方向, 宏观表现为电介质表面产生极化电荷, 这称为分子取向极化.

内容 1.7.2. 极化强度矢量定义为 $\mathbf{P} = \frac{\sum \mathbf{p}}{\Delta\tau}$, 其中 $\sum \mathbf{p}$ 为体积元 $\Delta\tau$ 内的分子电矩之和.

内容 1.7.3. 考虑斜柱体内的分子电矩为 $|\sum \mathbf{p}| = (\sigma' \Delta S)l$, 从而不难得知 $\sigma' = \mathbf{P} \cdot \mathbf{e}_n$, 对曲面积分得到 $\oint_S \mathbf{P} \cdot d\mathbf{S} = \oint_S \sigma' dS = -\sum_{int} q'_i$.

内容 1.7.4. (1) 不难得知极化电荷在空间内产生电场记为 \mathbf{E}' , 假设外加电场为 \mathbf{E}_0 , 二者方向相反, 那么 \mathbf{E}' 也成为退极化场;

(2) 实验表明, 各向同性电介质, 极化强度 \mathbf{P} 和作用在电介质内部的实际电场 \mathbf{E} 成正比, 且方向相同, 记为 $\mathbf{P} = \chi_e \epsilon_0 \mathbf{E}$, 其中 χ_e 称为极化率, 相对电容率为 $\epsilon_r = 1 + \chi_e$, 从而有 $E = \frac{E_0}{\epsilon_r}$.

内容 1.7.5 (电介质高斯定理). 定义电位移 $\mathbf{D} = \epsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P}$, 设 q_{0i} 为自由电荷, 则

$$\oint_S \mathbf{D} \cdot d\mathbf{S} = \sum_i q_{0i} = \iiint_{\tau} \rho_0 d\tau.$$

证明. 考虑真空高斯定理我们得到 $\oint_S \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S} = \frac{1}{\epsilon_0} (\sum_i q_{0i} + \sum_i q'_i)$, 整理即可. \square

注 2. 可以得到微分形式 $\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho_0$, 其中 ρ_0 为自由电荷密度.

内容 1.7.6 (边界条件). 从一种介质过渡到另一种介质时, 电位移的法向分量不变, 电场强度的切向分量不变.

1.8 静电场的能量

内容 1.8.1. 如果电场中一点的电场强度 E , 那么在该点附近单位体积内所具有的电场能量为 $\frac{1}{2}\epsilon E^2$.

Chapter 2

电流和恒磁场

2.1 恒定电流和导电规律

内容 2.1.1. 电流为 $I = \frac{dQ}{dt}$, 定义电流密度为 $\mathbf{j} = \frac{dI}{dS} \mathbf{e}_n$, 其中 $dS \perp I$, 且 \mathbf{e}_n 为 dS 的法向单位矢量. 另外还有 $I = \iint_S \mathbf{j} \cdot d\mathbf{S}$.

内容 2.1.2. 电流连续性方程为 $\oiint_S \mathbf{j} \cdot d\mathbf{S} = -\frac{dq}{dt}$, 微分形式为 $\nabla \cdot \mathbf{j} = -\frac{\partial \rho}{\partial t}$. 那么恒定电流的条件就是 $\oiint_S \mathbf{j} \cdot d\mathbf{S} = 0$ 或 $\nabla \cdot \mathbf{j} = 0$.

内容 2.1.3. 某点电阻率 ρ 定义为 $\rho = \frac{E}{j}$, 其中 E 为该点电场强度大小, j 为该点电流密度大小; 高中经典公式为 $R = \rho \frac{l}{S}$. 电阻率的倒数称为电导率 σ .

内容 2.1.4 (欧姆定律). 即为 $I = \frac{U}{R}$, 而且有微分形式 $\mathbf{j} = \sigma \mathbf{E}$.

内容 2.1.5. 某段电路如果 U, I 恒定, 则其上的电功为 $A = UI t$, 电功率为 $P = UI$. 若纯电阻阻值为 R , 则电功选转化为热能 $Q = I^2 R t$.

内容 2.1.6. 提供非静电力, 克服静电力做功的装置称为电源. 我们称单位正电荷沿闭合电路运行一周非静电力所做的功称为电源的电动势, 即 $\mathcal{E} = \frac{A}{q} = \int_{-}^{+} \mathbf{E}_k \cdot d\mathbf{l}$, 而 \mathbf{E}_k 只存在于电源内部, 从负极指向正极.

更一般的, 如果非静电性电场存在于整个电路, 则 $\mathcal{E} = \oint \mathbf{E}_k \cdot d\mathbf{l}$.

2.2 磁场和磁感应强度

内容 2.2.1. 物质磁性主要来源是电子的自旋磁矩, 铁磁物质的强烈磁性则与相邻原子的电子的自旋磁矩之间的交换作用有关.

内容 2.2.2. 运动的电荷在磁场 \mathbf{B} 中所受的洛伦兹力为 $\mathbf{F} = q_0 \mathbf{v} \times \mathbf{B}$,

内容 2.2.3. 任意曲面 S 的磁通量 Φ 定义为 $\Phi = \iint_S \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S}$.

2.3 毕奥-萨伐尔定律

内容 2.3.1. 电流元 $I dl$ 到空间某点 P 的矢径 \mathbf{r} , 则电流元在该点产生的磁感应强度 $d\mathbf{B} = k \frac{I dl \times \mathbf{r}}{r^3}$, 国际单位制下 $k = \frac{\mu_0}{4\pi}$, 即 $d\mathbf{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I dl \times \mathbf{r}}{r^3}$.

内容 2.3.2. 整个载流导线在某点产生的磁感应强度为 $\mathbf{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_L \frac{I dl \times \mathbf{r}}{r^3}$.

内容 2.3.3. 由于圆形电流产生的磁场和条形磁铁相似, 则定义圆形电流的磁矩为 $\mathbf{m} = I S \mathbf{e}_n$, 其中 \mathbf{e}_n 为平面单位法向量.

内容 2.3.4. 电荷量 q 的粒子速度为 \mathbf{v} , 则 dt 内产生电流元为 $I dl = (I dt) \mathbf{v} = q \mathbf{v}$.

2.4 磁场高斯定理和安培环路定理

内容 2.4.1 (磁场高斯定理). 在电流元或者电流回路产生磁场中, 对任意封闭曲面 S , 我们有 $\Phi_S = \oiint_S \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} = 0$, 微分形式为 $\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$.

内容 2.4.2 (安培环路定理). 在恒定电流磁场中, 磁感应强度满足 $\oint_L \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} = \mu_0 \sum_i I_i$, 其中 I_i 为 L 所包围的所有电流. 微分形式为 $\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{j}$.

2.5 磁场对电流的作用

内容 2.5.1 (安培定律). 处于磁感应强度 \mathbf{B} 的磁场中电流元 $I dl$ 所受磁场力为 $d\mathbf{F} = I dl \times \mathbf{B}$. 载流导线所受合力为 $\mathbf{F} = \int_L I dl \times \mathbf{B}$.

内容 2.5.2. 运用毕奥-萨伐尔定律和安培定律, 我们不难得到两个平行长直导线之间的力为 $f_{12} = f_{21} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2I_1 I_2}{a}$, 方向相反.

内容 2.5.3. 记载流线圈磁矩为 $\mathbf{m} = I S \mathbf{e}_n$, 则 $M = B I S \sin \alpha = B I S \sin \langle \mathbf{e}_n, \mathbf{B} \rangle$, $\mathbf{M} = \mathbf{m} \times \mathbf{B}$.

2.6 带电粒子在磁场中的运动

内容 2.6.1. 当 $\mathbf{v} \perp \mathbf{B}$ 时, 则 $R = \frac{mv}{qB}$, $T = \frac{2\pi m}{qB}$;

当 \mathbf{v} 和 \mathbf{B} 夹角 α 时, 分解为两个方向, 周期 $T = \frac{2\pi m}{qB}$, 螺距为 $h = \frac{2\pi m v \sin \alpha}{qB}$.

2.7 磁介质的磁化

内容 2.7.1. 处于磁场中对磁场产生影响的物质称为磁介质.

在分子磁矩不为零的物质内, 其分子磁矩可以看作一个等效的分子电流提供的.

内容 2.7.2. (1) 分子磁矩不为零的物质中, 分子热运动破坏分子磁矩有序排列, 如果一旦外磁场撤除, 分子磁矩立即回到无序状态, 这种性质称为顺磁性, 具有这种性质的物质称为顺磁质;

(2) 分子磁矩不为零, 与顺磁质不同, 铁磁质中相邻原子磁矩之间存在一种特殊的作用——交换作用, 使相邻原子的磁矩自发平行排列, 抵御分子热运动的破坏作用;

(3) 分子磁矩为零的物质仍然表现出一定的磁性, 这种磁性来源于原子中电子在外磁场的作用下所产生的附加运动, 然后产生一定磁矩, 这种磁矩方向一般与外磁场相反, 称为抗磁性, 这种物质称为抗磁质.

内容 2.7.3. 磁介质的磁化强度定义为 $\mathbf{M} = \frac{\Sigma \mathbf{m}}{\Delta \tau}$, 其中 $\Sigma \mathbf{m}$ 是体积 $\Delta \tau$ 内的分子磁矩或分子感生磁矩之和.

内容 2.7.4. 由于磁化产生的电流称为磁化电流. 考虑均匀磁质的长直圆柱磁介质, 则 $|\Sigma \mathbf{m}| = i'lS$, 则 $\mathbf{B} = \mathbf{B}_0 + \mathbf{B}' = \mathbf{B}_0 + \mu_0 \mathbf{i}' = \mathbf{B}_0 + \mu_0 \mathbf{M}$.

内容 2.7.5. 磁化强度和磁化电流有普遍关系为 $\oint_L \mathbf{M} \cdot d\mathbf{l} = \sum_{inn} I'$. 运用于磁化介质的表面我们可以得到 $\mathbf{M} \times \mathbf{e}_n = \mathbf{i}'$.

内容 2.7.6 (普遍安培环路定理). 定义磁场强度 $\mathbf{H} = \frac{\mathbf{B}}{\mu_0} - \mathbf{M}$, 则有

$$\oint_L \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = \sum_i I_{0i} = \iint_S \mathbf{j}_0 \cdot d\mathbf{S}.$$

证明. 考虑真空的安培环路定理得 $\oint_L \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} = \mu_0 (\sum_i I_{0i} + \sum_i I'_i)$, 整理即可. □

注 3. 有微分形式 $\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{j}_0$.

内容 2.7.7. 对于各向同性的顺磁质和抗磁质, 我们有 $\mathbf{M} = \chi_m \mathbf{H}$, 称 χ_m 为磁化率. 那么得到 $\mathbf{B} = \mu_0(1 + \chi_m)\mathbf{H}$, 称 $\mu_r = 1 + \chi_m$ 为相对磁导率, 称 $\mu = \mu_0\mu_r$ 为绝对磁导率.

内容 2.7.8 (边界条件). 从一种介质过渡到另一种介质, 磁感应强度的法向和切向分量都不变.

2.8 铁磁性

内容 2.8.1. 由于交换作用的存在, 即使没有外磁场的作用, 铁磁质也有一定的磁化强度, 称为自发磁化强度.

内容 2.8.2. 铁磁质达到一定温度, 称为居里温度, 会使自发磁化强度消失, 转化为顺磁质.

内容 2.8.3.

内容 2.8.4.

Chapter 3

电磁感应和麦克斯韦电磁理论

3.1 电磁感应及其基本定律

内容 3.1.1 (法拉第电磁感应定律). 国际单位制中, 我们有

$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi}{dt},$$

其中 \mathcal{E} 为导体回路中的感应电动势.

内容 3.1.2 (楞次定律). 闭合回路中感应电流的方向, 总是使得它所激发的磁场阻碍引起感应电流的磁通量的变化.

内容 3.1.3. (1) 动生电动势: 导体在磁场中运动, 自由电子受洛伦兹力为 $\mathbf{F} = -e\mathbf{v} \times \mathbf{B}$, 洛伦兹力作非静电力, 产生电场 $\mathbf{E}_D = \mathbf{v} \times \mathbf{B}$, 则得到动生电动势 $\mathcal{E}_D = \int_{-}^{+} \mathbf{E}_D \cdot d\mathbf{l} = \int_{-}^{+} (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) \cdot d\mathbf{l}$;

(2) 感生电动势: 导体不动, 磁场的大小或方向变化, 得到 $\mathcal{E}_W = \oint_L \mathbf{E}_W \cdot d\mathbf{l} = -\frac{d\Phi}{dt} = -\iint_S \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \cdot d\mathbf{S}$.

注 4. 动生电动势得满足 \mathbf{v} 和 \mathbf{B} 不平行且 $\mathbf{v} \times \mathbf{B}$ 和导线 l 不平行.

内容 3.1.4 (电磁感应定律). 考虑全电场 $\mathbf{E} = \mathbf{E}_C + \mathbf{E}_W$, 则

$$\iint_S (\nabla \times \mathbf{E}) \cdot d\mathbf{S} = -\iint_S \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \cdot d\mathbf{S}.$$

证明. 由全电场环路积分得到 $\oint_L \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = \oint_L (\mathbf{E}_C + \mathbf{E}_W) \cdot d\mathbf{l} = \oint_L \mathbf{E}_W \cdot d\mathbf{l} = -\iint_S \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \cdot d\mathbf{S}$, 另一方面由 Stokes 公式得 $\oint_L \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = \iint_S (\nabla \times \mathbf{E}) \cdot d\mathbf{S}$, 则得到结论. \square

注 5. 有微分形式 $\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$.

3.2 互感与自感

内容 3.2.1. 当一个线圈中电流产生变化时, 周围空间会产生变化的磁场, 从而在处于此空间的另一个线圈会产生感应电动势, 这称为**互感现象**.

那么考虑两个互感线圈, 则线圈 1 的电流 I_1 在空间产生磁场 \mathbf{B}_1 , 则 \mathbf{B}_1 在线圈 2 中产生的磁通量, 设为 Φ_{12} , 由于 $\Phi_{12} = \mathbf{B}_1 \cdot \mathbf{S}_2$, 则 $\phi_{12} \propto |\mathbf{B}_1|$. 另一方面我们熟知 $|\mathbf{B}_1| \propto I_1$, 则自然得到 $\phi_{12} \propto I_1$, 则我们记 $\Phi_{12} = M_{12}I_1$, 则称 M_{12} 是线圈 1 对线圈 2 的**互感系数**. 若 I_1 变化, 则 Φ_{12} 也变化, 那么会在线圈 2 中产生感应电动势

$$\mathcal{E}_2 = -\frac{d\Phi_{12}}{dt} = -M_{12}\frac{dI_1}{dt}.$$

同理, 我们可以得到 $\Phi_{21} = M_{21}I_2$, 且有感应电动势

$$\mathcal{E}_1 = -\frac{d\Phi_{21}}{dt} = -M_{21}\frac{dI_2}{dt}.$$

这里考虑在线圈的形状, 大小和相对位置保持不变, 且周围不存在铁磁质的情况下时, 互感系数为常量.

内容 3.2.2. 通过曲面 S 的磁通量仅由其边界 ∂S 决定.

解答. 考虑两曲面 S_1 和 S_2 满足 $\partial S_1 = \partial S_2$, 且 $S_1 \cup S_2$ 是闭合的, 则由磁场的高斯定理不难得知 $\oiint_{S_1 \cup S_2} \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} = 0$, 而且

$$\oiint_{S_1 \cup S_2} \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} = \oiint_{S_1} \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} - \oiint_{S_2} \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S},$$

则

$$\oiint_{S_1} \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} = \oiint_{S_2} \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S},$$

这得到了结论. □

这个引理事实上告诉我们一件事情, 存在一个向量 \mathbf{A} 使得

$$\oint_{\partial S} \mathbf{A} \cdot d\mathbf{l} = \oiint_S \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S},$$

将 \mathbf{A} 称为磁势, 事实上可以证明对任意的闭合载流回路 L , 我们有 $\mathbf{A} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \oint_L \frac{d\mathbf{l}}{r}$ 满足上式, 当然这样的 \mathbf{A} 是不唯一的.

内容 3.2.3. 延续上述符号, 我们有 $M_{21} = M_{12}$.

解答. 为了简化, 我们只考虑单匝线圈. 线圈 1 激发的磁场在线圈 2 的磁通量为

$$\Phi_{12} = \oint_{L_2} \mathbf{A}_1 \cdot d\mathbf{l}_2,$$

而且 $\mathbf{A}_1 = \frac{\mu_0 I_1}{4\pi} \oint_{L_1} \frac{d\mathbf{l}_1}{r_{12}}$, 代入得到

$$\Phi_{12} = \frac{\mu_0 I_1}{4\pi} \oint_{L_1} \oint_{L_2} \frac{d\mathbf{l}_1 \cdot d\mathbf{l}_2}{r_{12}},$$

同理可得

$$\Phi_{21} = \frac{\mu_0 I_2}{4\pi} \oint_{L_1} \oint_{L_2} \frac{dl_1 \cdot dl_2}{r_{12}},$$

则

$$M_{12} = \frac{\Phi_{12}}{I_1} = \frac{\mu_0}{4\pi} \oint_{L_1} \oint_{L_2} \frac{dl_1 \cdot dl_2}{r_{12}} = \frac{\Phi_{21}}{I_2} = M_{21},$$

从而得到结论. □

内容 3.2.4. 考虑线圈内或周围空间:

- ↪ 无磁介质: 互感 M 由线圈的几何形状, 大小, 匝数和相对位置所决定;
- ↪ 有非铁磁质: 除与以上因素有关外, 还与磁介质的磁导率有关, 但与线圈中电流无关;
- ↪ 存在铁磁质: 除与以上因素有关外, 还决定于线圈中的电流.

内容 3.2.5. 互感应用: 无线电和电磁测量; 电源变压器, 输入输出变压器, 电压互感器, 电流互感器等;
互感危害: 电路间互感干扰.

内容 3.2.6. 当一个线圈中电流产生变化时, 激发的变化磁场使线圈自身磁通量变化, 从而产生感应电动势, 这称为**自感现象**, 所产生的感应电动势称为**自感电动势**.

通过线圈的磁通量应该与线圈自身的电流成正比, 也就是说 $\Phi = LI$, 其中称 L 是**自感系数**, 那么我们有 $\mathcal{E} = -\frac{d\Phi}{dt} = -L\frac{dI}{dt}$, 这个在线圈的形状, 大小和相对位置保持不变, 且周围不存在铁磁质的情况下时, 自感系数为常量.

注 6. 自感系数和互感系数的单位均为 H (亨利).

内容 3.2.7. 自感应用: 日光灯镇流器; 高频扼流圈; 自感线圈与电容器组成振荡电路或滤波电路.
自感危害: 电路断开时, 产生自感电弧.

内容 3.2.8 (互感和自感). 设第一个线圈 i_1 产生 Φ_{11} 和 Φ_{21} , 同理设第二个线圈 i_2 产生 Φ_{12} 和 Φ_{22} , 则定义 $k := \frac{\sqrt{|\Phi_{12}| |\Phi_{21}|}}{\Phi_{11} \Phi_{22}}$, 也就是 $k = \frac{M}{\sqrt{L_1 L_2}}$, 是反映两耦合线圈的紧疏程度的物理量, 且 $k \leq 1$.

注 7. 在理想耦合的情况下我们有 $k = 1$, 否则若两个线圈之间有漏磁现象发生, 即一个线圈产生的磁通量只有一部分穿过另一线圈的时候, 则 $k < 1$.

问题 1. 长度为 l 的直螺线管横截面积为 S , 匝数为 N_1 . 在此螺线管的中部密绕一个匝数为 N_2 的短线圈, 并假设两组线圈中每一匝线圈的磁通量相同, 求互感系数.

解答. 让线圈 1 通电流 I , 则产生磁场为 $B = \mu_0 \frac{N_1}{l} I$, 则线圈 2 中产生磁通量为 $\Phi = N_2 B S = \mu_0 \frac{N_1 N_2}{l} S I$, 则互感为

$$M = \frac{\Phi}{I} = \mu_0 \frac{N_1 N_2}{l} S,$$

从而得到结论. □

问题 2. 若两组线圈绕在同一圆柱上, 其中任一线圈产生的磁感应线全部并均等地通过另一线圈的每一匝. 两线圈的自感分别为 L_1 和 L_2 , 证明两线圈的互感可以表示为 $M = \sqrt{L_1 L_2}$.

解答. 这是显然的, 因为 $M = \frac{\Phi}{I} = \mu_0 \frac{N_1 N_2}{l} S$, 且 $L_i = \frac{\Phi}{I} = \mu_0 \frac{N_i^2}{l} S$, 则成立. □

3.3 磁场的能量

内容 3.3.1. 事实上考虑 RL 电路我们得知 $\mathcal{E}idt = inlSdB + i^2 Rdt$, 考虑右边第一项, 由安培环路定理我们知道 $H = ni$, 则磁场能量密度为 $w_m = \int_0^B HdB$, 这是磁场能量密度的一般表达式.

内容 3.3.2. 考虑顺磁质和抗磁质, 则 $B = \mu_0 \mu_r H$, 则得到 $w_m = \frac{1}{2} BH$, 则 $W_m = \iiint_{\tau} w_m d\tau = \frac{1}{2} \iiint_{\tau} BH d\tau$.

内容 3.3.3. 考虑螺绕环的特例, 则 $W_m = w_m l S = \frac{1}{2} \mu n^2 I^2 l S = \frac{1}{2} LI^2$.

3.4 麦克斯韦电磁理论

内容 3.4.1. 我们得到过恒静磁场的安培环路定理 $\oint_L \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = \iint_S \mathbf{j}_0 \cdot d\mathbf{S}$, 但这不适用于非恒静, 我们尝试将其推广. 电流连续性方程为 $\oiint_S \mathbf{j}_0 \cdot d\mathbf{S} = -\frac{d}{dt} \iiint_V \rho_0 d\tau = -\frac{d}{dt} \oiint_S \mathbf{D} \cdot d\mathbf{S}$, 则得到 $\oiint_S (\mathbf{j}_0 + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}) \cdot d\mathbf{S} = 0$, 所以非恒静情况下 $\mathbf{j}_0 + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}$ 连续, 我们称 $\frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}$ 为位移电流, 称 $\mathbf{j}_0 + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}$ 为全电流. 这样我们得到一般情况的安培环路定理为

$$\oint_L \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = \iint_S \left(\mathbf{j}_0 + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \right) \cdot d\mathbf{S}$$

及其微分形式 $\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{j}_0 + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}$.

内容 3.4.2. 仔细考虑传导电流, 我们考虑 $\mathbf{D} = \epsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P}$, 则 $\frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} = \epsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{P}}{\partial t}$. 第一项代表极化电荷变化产生的位移电流, 第二项是电场随时间变化所产生的位移电流.

内容 3.4.3. 麦克斯韦方程组的积分形式如下.

- (1) 电场高斯定理: $\oiint_S \mathbf{D} \cdot d\mathbf{S} = \iiint_V \rho_0 d\tau$;
- (2) 电场环路定理: $\oint_L \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = -\iint_S \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \cdot d\mathbf{S}$;
- (3) 磁场高斯定理: $\oiint_S \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} = 0$;
- (4) 安培环路定理: $\oint_L \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = \iint_S \left(\mathbf{j}_0 + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \right) \cdot d\mathbf{S}$.

内容 3.4.4. 麦克斯韦方程组的微分形式如下.

- (1) 电场高斯定理: $\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho_0$;
- (2) 电场环路定理: $\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$;
- (3) 磁场高斯定理: $\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$;
- (4) 安培环路定理: $\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{j}_0 + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}$.

内容 3.4.5. 对于真空或者各向同性的介质, 我们有 $\mathbf{D} = \epsilon_0 \epsilon_r \mathbf{E}$, $\mathbf{B} = \mu_0 \mu_r \mathbf{H}$, $\mathbf{j}_0 = \sigma \mathbf{E}$ (或 $\mathbf{j}_0 = \sigma(\mathbf{E} + \mathbf{E}_K)$).

内容 3.4.6. 边界条件为 $D_{1n} = D_{2n}$, $E_{1t} = E_{2t}$, $B_{1n} = B_{2n}$, $H_{1t} = H_{2t}$.

3.5 电磁波的产生和传播

内容 3.5.1. 变化的电场和变化的磁场互相依存, 互相激发, 并以有限的速度在空间传播, 形成电磁波.

考虑 RLC 振荡电路, 则不难得到谐振频率为 $f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$.

要把这样的振荡电路作为波游向空间发射电磁波, 还必须具备两个条件, 一是振荡频率要高, 是电路要开放. 要提高电磁振荡频率, 就必须减小电路中线圈的自感 L 和电容器的电容 C ; 要开放电路, 就是不让电磁场和电磁能集中在电容器和线圈之中, 而要分散到空间去. 根据这样的要求对电路进行改造, 结果整个 RLC 振荡电路就演变成为一根直导线, 电流在其中往返振荡, 两端出现正负交替变化的等量异号电荷, 此电路就称为振荡偶极子或偶极振子. 以偶极振子作为天线, 就可以有效地在空间激发电磁波.

内容 3.5.2. 瞬时时刻有关系 $\sqrt{\epsilon\mu}E = B$, 且电磁波传播速度为 $v = \frac{1}{\sqrt{\epsilon\mu}}$.

内容 3.5.3. 电磁场的总能量密度为 $w = w_e + w_m = \frac{1}{2}\epsilon E^2 + \frac{1}{2}BH = \frac{1}{2}\epsilon E^2 + \frac{1}{2}\mu H^2$. 注意到有关系 $\sqrt{\epsilon\mu}E = B$, 则 $w = \epsilon E^2 = \mu H^2$. 平均能量密度为 $\bar{w} = \frac{1}{2}\epsilon E^2 = \frac{1}{2}\mu H^2$.

内容 3.5.4. 单位时间内通过垂直于传播方向单位面积的能量, 表示电磁波的能流密度 $S = wv = EH$. 则我们定义 $\mathbf{S} = \mathbf{E} \times \mathbf{H}$, 称其为坡印廷矢量. 平均能流密度为 $\bar{S} = \frac{1}{2}E_0H_0$, 其中 E_0, H_0 为峰值.

Part II

光学

Chapter 4

几何光学绪论 (不考)

4.1 几何光学中的基本定律和原理

内容 4.1.1 (光的直线传播定律). 光在均匀介质中沿直线传播. 事实上在小孔中会偏离直线, 所以这个定律是光的波动性在一定条件下的近似.

内容 4.1.2 (光的反射定律). 光从一种介质向另一种介质传播时, 反射线处于入射面内, 且反射角等于入射角. 即 $i = -i'$.

内容 4.1.3 (光的折射定律). 定义某介质对光的折射率为 $n = \frac{c}{v}$, 其中 c 为真空光速而 v 为介质中光速.

光从一种介质向另一种介质传播时, 折射线处于入射面内, 且 $\frac{\sin i}{\sin r} = \frac{n_2}{n_1}$.

内容 4.1.4 (光的可逆性原理). 当光线的方向逆转时, 光线将沿着与原先相反发方向的同一路径传播.

内容 4.1.5. 折射率较大的介质称为光密介质, 反之称为光疏介质.

那我们考虑从光密介质射入光疏介质的光, 有 $\frac{n_1}{n_2} \sin i = \sin r$, 其中 $n_1 > n_2$, 知存在 $i = i_c$ 使得 $\frac{n_1}{n_2} \sin i_c = 1$, 则 $\sin r = 1, r = \frac{\pi}{2}$. 故当 $i > i_c$ 时光线不会进入第二个介质, 而全部反射, 这称为全反射. 而 i_c 称为全反射角.

4.2 光在球面上的折射

内容 4.2.1. 物点与球心的连线称为主光轴, 在主光轴附近夹角小的光线称为近轴光线, 我们讨论的都是近轴光线.

Chapter 5

波动光学

5.1 光波及其相干条件

内容 5.1.1. 沿 x 方向的平面简谐波为 $y = A \cos(\omega t - kx + \phi)$, 表示单色光, 准单色光在一定情况下也可看作单色光.

内容 5.1.2. 光是电磁波, 是由电矢量 \mathbf{E} 和磁矢量 \mathbf{B} 互相垂直复合而成. 事实上引起感光作用和生理作用的都是电矢量 \mathbf{E} 引起, 故我们一般称 \mathbf{E} 为光矢量, 其引起的振动为光振动.

内容 5.1.3. 光波的平均能流密度就是波的强度, 即为光强, 则 $I = \bar{S} = \frac{1}{2} E_0 H_0 = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\epsilon}{\mu}} E_0^2 = \frac{n}{2\mu c} E_0^2$, 其中 c 是真空光速, 而 n 是介质的折射率.

内容 5.1.4. 对于平面电磁波波函数的电场分量 $E = E_0 \cos(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t - \phi_0)$, 即

$$\tilde{E}(\mathbf{r}, t) = E_0 e^{i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t - \phi_0)} = E_0 e^{i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \phi_0)} e^{-i\omega t} = \tilde{E}(\mathbf{r}) e^{-i\omega t}.$$

对于发散球面波 $\tilde{E}(\mathbf{r}, t) = \frac{E_0}{r} e^{i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t - \phi_0)} = \tilde{E}(\mathbf{r}) e^{-i\omega t}$.

内容 5.1.5. 波长 λ 在真空传播 l , 则相位变化为 $\Delta\phi = \frac{2\pi l}{\lambda}$, 同样的光在折射率为 n 的介质中传播 x 的路程, 其相位变化正好也是 $\Delta\phi$, 则有 $\Delta\phi = \frac{2\pi x}{\lambda'}$, 则得到 $l = \frac{\lambda'}{\lambda} x$. 而 $n = \frac{c}{v} = \frac{f\lambda}{f\lambda'} = \frac{\lambda}{\lambda'}$, 则 $l = nx$.

这样, 我们定义光程为 $L = \sum_i n_i x_i$. 【等光程性】光经过相同的光程所需时间是相等的, 则物点和像点之间各光线的光程相等.

内容 5.1.6. 考虑频率相同的光 $\tilde{\mathbf{E}}_1(\mathbf{r}_1) + \tilde{\mathbf{E}}_2(\mathbf{r}_2) = \mathbf{E}_{01} e^{i(\mathbf{k}_1 \cdot \mathbf{r}_1 - \phi_{01})} + \mathbf{E}_{02} e^{i(\mathbf{k}_2 \cdot \mathbf{r}_2 - \phi_{02})}$, 则考虑相遇点 P 的光强为 $I = I_1 + I_2 + 2\mathbf{E}_{01}(P) \cdot \mathbf{E}_{02}(P) \cos \delta(P)$, 其中 $\delta(P)$ 为 P 点二者的相位差.

于是这种由光波叠加使得光强重新分布的现象称为光的干涉. 干涉项为 $2\mathbf{E}_{01}(P) \cdot \mathbf{E}_{02}(P) \cos \delta(P)$. 其中 $\delta(P) = k_2 r_2 - k_1 r_1 - (\phi_{01} - \phi_{02})$, 则不难得到**相干条件**:

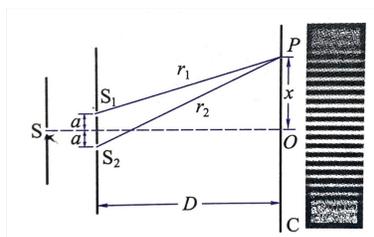
- (1) 频率相同;
- (2) 存在相互平行的振动分量;
- (3) 具有固定的相位关系.

从而相遇点的光强只取决于 $k_2 r_2 - k_1 r_1 = \frac{2\pi}{\lambda}(l_2 - l_1)$, 则相遇点的光强只取决于光程差 $\Delta l = l_2 - l_1$.

内容 5.1.7. 从相干条件来说, 第三条不容易实现, 我们得分解光波实现.(1) 分波前法;(2) 分振幅法;(3) 分振动面法.

5.2 杨氏双缝干涉 (分波前法)

内容 5.2.1. 如图所示

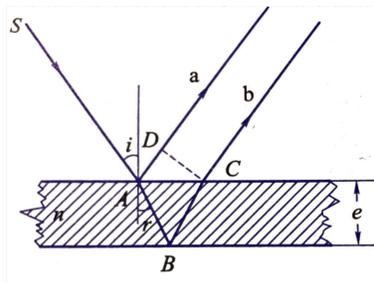


则记 $\Delta = r_2 - r_1$, 干涉项为 $\cos k\Delta = \cos(2\pi\Delta/\lambda)$. 那么不难得到亮纹条件为 $\Delta = 2k\frac{\lambda}{2}$, 暗纹条件为 $\Delta = (2k+1)\frac{\lambda}{2}$.

那我们现在把条件转为关于 x 的条件. 我们不难得知 $(r_1 + r_2)(r_2 - r_1) = 4ax$, 设 $2D = r_1 + r_2$ 恒定, 则 $\Delta = \frac{2a}{D}x$, 代入则得到亮纹条件为 $x = \frac{D}{2a}2k\frac{\lambda}{2}$, 暗纹条件为 $x = \frac{D}{2a}(2k+1)\frac{\lambda}{2}$, 那么不难得到干涉条纹间距为 $\Delta x = \frac{\lambda D}{2a}$.

5.3 薄膜干涉 (分振幅法)

内容 5.3.1 (等倾干涉). 如图所示



波长为 λ 的单色光照射到折射率为 n , 厚度为 e 的均匀透明薄膜上, 不难得知经过上下表面反射后光线 a, b 平行, 在无穷远点发生干涉 (可用透镜会聚). 考虑二者光程差, 只需考虑 AD 和 ABC 的光程差. 【注意从光疏介质进入光密介质时会发生半波损失, 产生 π 相位跃变】则光程差为 $\Delta = n(AB + BC) - (AD - \frac{\lambda}{2})$. 整理计算得到 $\Delta = 2ne \cos r + \frac{\lambda}{2}$.

处于同一条干涉条纹上的各个光点, 是由从光源到薄膜的相同倾角的入射光所形成的, 这种干涉称为等倾干涉.

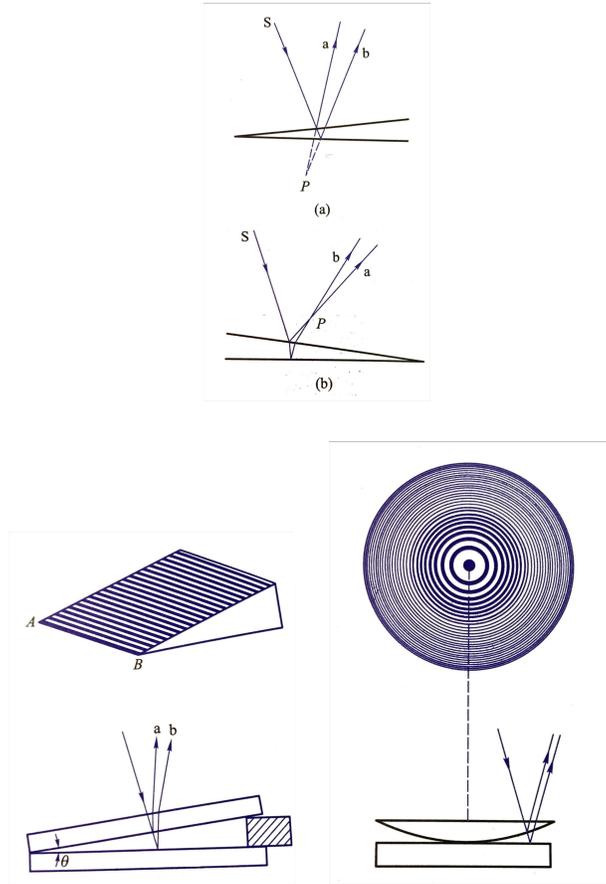
内容 5.3.2 (等厚干涉). 如图所示

事实上薄膜不均匀, 光源距离远, 则可认为入射角 i 不变, 则光程差只由薄膜厚度决定.

处于同一条干涉条纹上的各个光点, 是由薄膜厚度相同的地方的反射光所形成的, 这种干涉我们称为等厚干涉. 一般 $i = r = 0$, 则 $\Delta = 2ne + \frac{\lambda}{2}$.

考虑两块平板玻璃如图所示, 则不难求得相邻亮条纹气隙的厚度差为 $\frac{\lambda}{2}$, 则可得到纸片的厚度 $h = \frac{\lambda L}{2l}$.

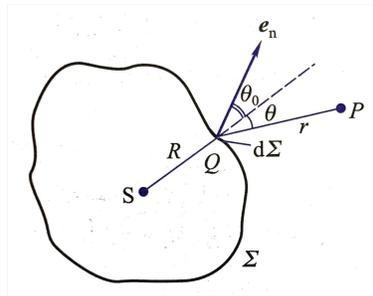
第二张图的牛顿环也是同理. 中间为暗点, 设曲率半径为 R , 从中心向外数第 k 个暗环的半径为 r , 则 $R^2 = r^2 + (R - e)^2$, 由于 $R \gg e$, 则 $e = \frac{r^2}{2R}$, 则得到第 k 个暗环的半径为 $r = \sqrt{kR\lambda}$.



5.4 惠更斯-菲涅耳原理和衍射现象分类

内容 5.4.1 (惠更斯-菲涅耳原理). 同一波前上的各点都可以认为是发射球面子波的波源, 空间任一点的光振动是所有这些子波在该点的相干叠加.

内容 5.4.2. 如图所示



波前 Σ 的面元 $d\Sigma$ 发出子波在某点 P 产生振动的复振幅 $d\tilde{E}(P)$ 为

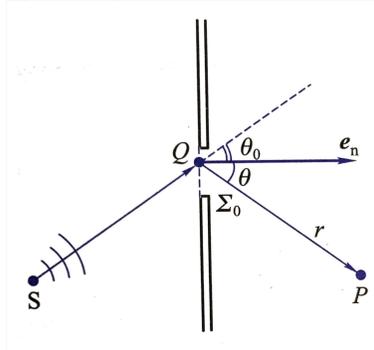
$$d\tilde{E}(P) = C\tilde{E}_0(Q)F(\theta_0, \theta)\frac{e^{ikr}}{r}d\Sigma,$$

其中 $F(\theta_0, \theta)$ 是倾斜因子. 那么有

$$\tilde{E}(P) = C \iint_{\Sigma} \tilde{E}_0(Q) F(\theta_0, \theta) \frac{e^{ikr}}{r} d\Sigma,$$

此为菲涅耳衍射积分公式.

内容 5.4.3. 如图所示

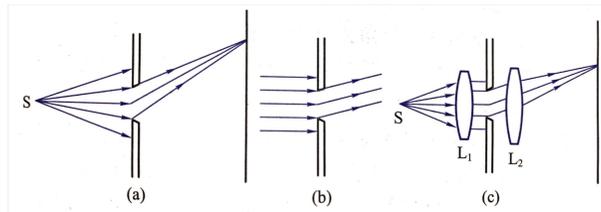


无限大的不透明板上有面积为 Σ_0 的孔所引起的衍射, 基尔霍夫求得了 $F(\theta_0, \theta) = \frac{1}{2}(\cos \theta_0 + \cos \theta)$ 和 $C = \frac{-i}{\lambda}$, 则

$$\tilde{E}(P) = \frac{-i}{2\lambda} \iint_{\Sigma_0} \tilde{E}_0(Q) (\cos \theta_0 + \cos \theta) \frac{e^{ikr}}{r} d\Sigma.$$

内容 5.4.4. 第一类是菲涅耳衍射, 指光源到衍射屏或衍射屏到接收屏不是无穷大, 如图 (a);

第二类是夫琅禾费衍射, 指光源到衍射屏和衍射屏到接收屏都是无穷大. 这时候可以用透镜会聚如图 (b)(c).

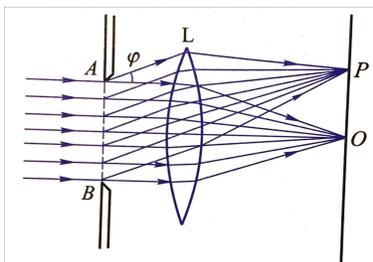


5.5 单缝和圆孔的夫琅禾费衍射

内容 5.5.1 (单缝夫琅禾费衍射). 把波前沿单缝方向分割成窄条, 由惠更斯-菲涅耳原理, 这些窄条都是波源, 则子波射线和入射方向夹角称为衍射角, 如图所示.

衍射角为 0 的射线光程相等, 则 O 点必然是亮条纹, 放置透镜后称为中央亮条纹, 光强主极大, 记为 I_0 . 衍射角为 ϕ 会聚于 P , 振幅取决于光程差, 作垂线不难得到光程差为 $\Delta = a \sin \phi$. 靠近 A 和靠近 B 的相位差为 $\delta = \frac{2\pi a}{\lambda} \sin \phi$, 考虑 $\alpha = \frac{\delta}{2}$, 则可以推导得到振幅 $A_P = A_0 \frac{\sin \alpha}{\alpha}$, 光强为 $I_P = I_0 \frac{\sin^2 \alpha}{\alpha^2}$, 这就是单缝夫琅禾费衍射的光强分布公式.

内容 5.5.2 (圆孔夫琅禾费衍射). 把单缝换成圆孔, 中间是明亮的圆斑, 称为艾里斑, 其大小表示衍射光的弥散程度. 艾里斑的半径为 $r = 1.22 \frac{\lambda}{D}$, 其中 D 是圆孔直径. 光学仪器要求弥散程度尽量小, 即艾里斑面积尽量小.

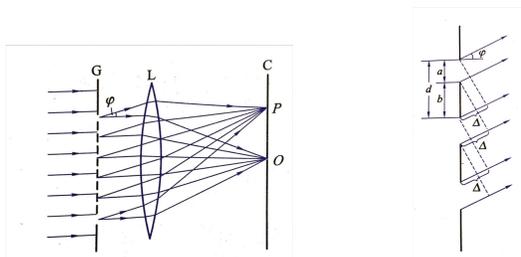


5.6 衍射光栅

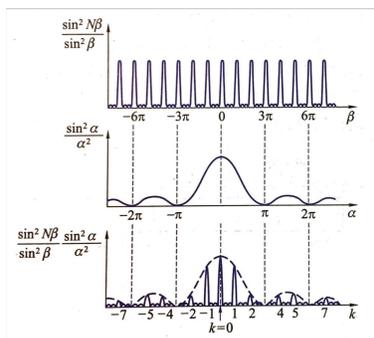
内容 5.6.1. 大量等宽度和等间距的平行狭缝构成的光学系统称为衍射光栅. 光栅常量为刻痕 b 和缝宽 a 的和 $d = a + b$.

内容 5.6.2. 考虑光栅的夫琅禾费衍射, 单色光平行照射, 经过透镜会聚后, 衍射条纹到接收屏上, 则光栅衍射条纹是单缝衍射和缝间干涉的共同结果. 如图 1 所示.

设光栅有 N 条狭缝, 考虑每条狭缝衍射角为 ϕ 的光到达 P 的情形. 如图所示:



设其振幅为 A_P , 设单缝为 $a_P = a_0 \frac{\sin \alpha}{\alpha}$, 不难得到光程差 $\Delta = d \sin \phi$ 和相位差 $\delta = \frac{2\pi d}{\lambda} \sin \phi$, 计算得到 $A_P = a_P \frac{\sin N\beta}{\sin \beta} = a_0 \frac{\sin \alpha}{\alpha} \frac{\sin N\beta}{\sin \beta}$, 而光强为 $I_P^2 = a_0^2 \frac{\sin^2 \alpha}{\alpha^2} \frac{\sin^2 N\beta}{\sin^2 \beta}$, 其中 $\alpha = \frac{\delta}{2}, \beta = \frac{\pi d}{\lambda} \sin \phi$. 这就得到了 N 个狭缝的光栅夫琅禾费衍射图样的光强分布公式, 大致如图所示:



事实上光栅出现主极大衍射角 ϕ 应满足 $\beta = k\pi$, 即 $(a + b) \sin \phi = k\lambda$, 这是光栅方程. 而且观察图像会发现出现缺级现象 (有些主极大从接收屏上消失, 也就是满足 $a \sin \phi = k'\lambda (k = \pm 1, \dots)$, 即 $k = \frac{a+b}{a} k'$).

光栅光谱的第 k 级光谱中的 k 即为光栅方程中的 k .

5.7 光的偏振态

内容 5.7.1. 光波中与传播方向相垂直的平面内, 在所有可能的方向上光矢量 E 都相等 (可以分成相互垂直的两个分量), 这样的光称为**自然光**; 若光矢量 E 只在一个固定平面内, 沿一个固定方向振动的光称为**线偏振光**, 振动方向和波矢方向构成的平面称为**振动面**.

将自然光的一个振动滤过而成为线偏振光, 这种仪器称为起偏器, 能透过的振动方向称为透振方向.

部分偏振光是振动态介于自然光和线偏振光之间的光, 振幅最大的地方和最小的地方垂直.

内容 5.7.2. 椭圆偏振光: 为两个互相垂直的线偏振光合成.

圆偏振光: 为两个互相垂直的, 振幅相等的线偏振光合成.

5.8 偏振光的获得和检测

内容 5.8.1 (布儒斯特定律). 让自然光从折射率 n_1 的介质射向折射率 n_2 的介质而被界面反射, 反射光中垂直于入射面的光振动成分大于处于入射面内的光振动成分, 当入射角达到特定的 i_0 时, 反射光成为振动面垂直于入射面的线偏振光, 且 $\tan i_0 = \frac{n_2}{n_1}$, 称 i_0 为布儒斯特角或起偏角.

注 8. 根据折射定律得到反射光和折射光垂直.

内容 5.8.2. 光射入双折射晶体, 由于球面的包络面形成的折射光称为寻常光, 记为 o ; 由于椭球面的包络面形成的折射光称为非寻常光, 记为 e . 而 o 光满足折射定律, e 光不遵循.

1/4 波片是由双折射晶体切割而成, 平行光垂直射到其上会被分解成 o 光和 e 光

(1) 让线偏振光垂直入射 1/4 波片上, 射出椭圆偏振光;

(2) 让线偏振光的振动面和 1/4 波片的光轴成 45° , (o 和 e 振幅相等) 射出圆偏振光.

内容 5.8.3. 【马吕斯定律】将光强 I_0 的线偏振光射到偏振片上, 若振动方向和偏振片的透振方向夹角 α , 则透过光强 $I = I_0 \cos^2 \alpha$;

若被测光有线偏振光, 部分偏振光和自然光, 则把光射到偏振片上, 有

(1) 线偏振光的振动方向和偏振片的透振方向夹角 α , 若 $\alpha = 90^\circ$, 则透射光强为 0; 若 $\alpha = 0^\circ/180^\circ$, 则透射光强最大;

(2) 自然光射入偏振片, 透射光强不变;

(3) 部分偏振光射入偏振片, 在某个 α 值透射光强最大, 与该方向垂直的方向最小, 但不为零.

内容 5.8.4. 若被测光除了线偏振光, 部分偏振光和自然光, 还有圆偏振光和椭圆偏振光, 则先射到 1/4 波片上,

(1) 圆偏振光通过 1/4 波片变成线偏振光, 之后用偏振片;

(2) 椭圆偏振光通过 1/4 波片仍然是椭圆偏振光, 只有波片的光轴和椭圆的主轴平行时才变成线偏振光, 然后用偏振片.

5.9 旋光现象和电磁场的光效应

内容 5.9.1 (旋光现象). 线偏振光通过某种透明物质后, 其振动面会以光的传播方向为轴旋转一定的角度, 即旋光现象;

一般旋过的角度 θ 和光在固体中通过的距离 l 满足 $\theta = \alpha l$, 其中 α 是旋光率. 对溶液来说为 $\theta = \alpha c l$, 其中 c 是溶液浓度.

内容 5.9.2 (磁致旋光现象). 由磁场引起的振动面旋转的现象, 称为磁致旋光, 也称为法拉第旋转效应; 实验表明 $\theta = VIB$, 其中 V 称为维尔德常量;

磁致旋光性与光相对于磁场的传播方向有关, 若光沿磁场方向传播是右旋的, 则逆着磁场方向传播变为左旋.

内容 5.9.3 (电光效应). 各向同性的透明介质在外加电场的作用下, 转变为具有单轴晶体特性的各向异性物质, 从而产生双折射现象, 这就是克尔效应 (电光效应的一种);

o 光 e 光的相位差为 $\delta = 2\pi k l E^2$, 式中 k 称为克尔常量;

泡克耳斯效应: 晶体在外加电场的作用下改变了原先各向异性的性质.

Part III

量子物理学

Chapter 6

波与粒子

6.1 黑体辐射

内容 6.1.1. 分子热运动时物体会向外辐射电磁波, 称为热辐射.

我们定义**辐射出射度**为单位时间内从物体表面单位面积上发射出的各种波长的电磁波能量的总和. 记为 $M(T)$, 若单位时间从物体表面单位面积发射波长 $\lambda \sim \lambda + d\lambda$ 内的能量为 $dM(T)$, 定义 $M_\lambda(T) = \frac{dM(T)}{d\lambda}$ 为**单色辐出度**. 那我们有 $M(T) = \int_0^\infty M_\lambda(T) d\lambda$.

除了辐射电磁波, 还能吸收和反射电磁波. 定义**单色吸收比** $\alpha(\lambda, T)$ 为 $\alpha(\lambda, T) = \frac{E_{\text{吸}}(\lambda \sim \lambda + d\lambda)}{E_\lambda(\lambda \sim \lambda + d\lambda)}$; 定义**单色反射比** $r(\lambda, T)$ 为 $r(\lambda, T) = \frac{E_{\text{反}}(\lambda \sim \lambda + d\lambda)}{E_\lambda(\lambda \sim \lambda + d\lambda)}$, 则 $\alpha(\lambda, T) + r(\lambda, T) = 1$.

内容 6.1.2 (基尔霍夫辐射定律). 任何物体的单色辐出度与单色吸收比之比等于同一温度下绝对黑体的单色辐出度, 即 $\frac{M_\lambda(T)}{\alpha(\lambda, T)} = M_{\lambda 0}(T)$.

内容 6.1.3 (斯特藩-玻尔兹曼定律). 黑体的辐出度 $M_0(T) = \sigma T^4$, 其中 σ 为斯特藩常量.

内容 6.1.4 (维恩位移律). 随着黑体温度升高, 单色辐出度最大值所对波长 λ_m 满足 $\lambda_m T = b$, 其中 b 是常数.

内容 6.1.5 (普朗克辐射公式). 设 κ 是玻尔兹曼常量, 而 h 是普朗克常量, 且 c 是真空光速, 则

$$M_{\lambda 0}(T) = \frac{2\pi hc^2}{\lambda^5} \left(\frac{1}{e^{hc/\lambda\kappa T} - 1} \right).$$

物体发射或吸收频率为 ν 的电磁辐射, 只能以能量子 $\epsilon = h\nu$ 为单位进行.

6.2 光电效应

内容 6.2.1. 金属的自由电子在光照射下, 吸收光能从而逸出表面, 称为光电效应.

内容 6.2.2. (1) 对某单色光, 饱和时逸出光电子全部到达 A 级, 设逸出光电子数为 N , 则饱和电流为 $I_H = Ne$; 增大入射光光强, 则 $I_H = N'e$, 实验表明, 单位时间内逸出金属表面的光电子数和入射光强度成正比;

(2) 光电流刚等于零时, 光电管两端电压 U_a 称为遏止电势差, 满足 $\frac{1}{2}mu^2 = eU_a$, 实验表明 $U_a = K\nu - V_0$, 其中 K 对金属普适, 而 V_0 不普适. 则得到 $\frac{1}{2}mu^2 = eK\nu - eV_0$, 这表明光电子初动能随入射光频率的增大而线性增大, 但和入射光强无关;

(3) 引起光电效应的人射光频率下限满足 $\nu_0 = \frac{V_0}{K}$, 称为截止频率;

(4) 只要入射光频率大于金属的截止频率, 则光照射金属表面时, 几乎立刻产生光电子, 无论光强多大.

内容 6.2.3. 爱因斯坦提出光子量子假说, 考虑光子能量为 $\epsilon = h\nu$, 则质量 $m_\gamma = \frac{\epsilon}{c^2} = \frac{h\nu}{c^2}$, 则 $p = m_\gamma c = \frac{h\nu}{c} = \frac{h}{\lambda}$. 逸出金属表面需要逸出功 A , 则有 $h\nu = \frac{1}{2}mu^2 + A$, 这是光电效应的爱因斯坦方程.(从这里我们知道了截止频率实际上是 $\nu_0 = \frac{A}{h}$)

6.3 康普顿效应

内容 6.3.1. 散射的 X 射线不仅有和入射线波长相同的射线, 还有波长大于入射线波长的射线, 这就是康普顿效应.

事实上构成散射物质的粒子包括晶格离子和自由电子.

(i) 光子与晶格离子的碰撞: 离子质量比光子大得多, 碰撞后能量几乎不变, 故波长不变;

(ii) 光子与自由电子的碰撞: 设电子碰撞前静止. 设其质量 m_0 , 反冲后速度为 u , 和 x 轴夹角 θ , 质量变为 $m = \frac{m_0}{\sqrt{1-u^2/c^2}}$, 有动量守恒和能量守恒得到 $\Delta\lambda = \lambda - \lambda_0 = \frac{h}{m_0c}(1 - \cos\phi)$, 其中 ϕ 为碰撞后光子沿 x 轴夹角. 称 $\lambda_C = \frac{h}{m_0c}$ 为电子的康普顿波长.

内容 6.3.2. 光有波粒二象性.

6.4 氢原子光谱和玻尔的量子论

内容 6.4.1. 氢原子光谱规律综合起来就是 $\tilde{\nu}_{kn} = R\left(\frac{1}{k^2} - \frac{1}{n^2}\right)$ ($n = k + 1, k + 2, \dots$), 记 $T(k) = \frac{R}{k^2}$ 为光谱项, 则光谱项合并可以得到氢原子光谱的一条谱线的波数 (里兹组合原理).

内容 6.4.2. 玻尔量子论的假设:

(1) 原子存在不连续的定态, 在定态的电子作轨道运动但不辐射能量;

(2) 定态运动的电子角动量满足 $L = m_e v r = n\hbar$, 这是角动量量子化条件, 其中 $\hbar = \frac{h}{2\pi}$;

(3) 原子跃迁时需要辐射或吸收相应光子, 即 $h\nu = E_A - E_B$.

6.5 微观粒子波动性

内容 6.5.1. 运动的实物粒子有德布罗意关系 $E = h\nu, p = \frac{h}{\lambda}$. 对静质量为 m_0 , 速率为 u 运动, 波长为

$\lambda = \frac{h}{m_0 u \sqrt{1 - \left(\frac{u}{c}\right)^2}}$, 这是德布罗意波长.

事实上当电子波在离原子核 r 处形成驻波时有 $2\pi r = n\lambda$, 则 $L = rp = n\hbar$, 正是玻尔的假设.

内容 6.5.2. 不确定关系为 $\Delta x \Delta p \geq \frac{\hbar}{2}$ 和 $\Delta E \Delta t \geq \frac{\hbar}{2}$.

Chapter 7

量子力学基础

7.1 波函数及其统计诠释

内容 7.1.1. 玻恩指出德布罗意波或波函数 $\psi(\mathbf{r}, t)$ 不代表实际物理量的运动, 而是描述粒子在空间的概率分布的概率波.

(1)(量子概念的粒子性) 它们具有一定能量, 质量和动量等粒子属性, 但不具有确定的运动轨道, 运动规律不符合牛顿定律;

(2)(量子概念的波动性) 不是某个实在物理量在空间的波动, 而是用波函数模的平方表示在空间某处粒子被发现的概率.

内容 7.1.2. (1) 概率密度表示为 $\rho(x, y, z, t) = \psi^*(x, y, z, t)\psi(x, y, z, t)$;

(2) 波函数是单值, 连续有限函数;

(3) 波函数允许包含常量因子, 例如 $A\psi(\mathbf{r}, t)$;

(4) 波函数归一化条件 $\int_V \psi^*(\mathbf{r}, t)\psi(\mathbf{r}, t)d\tau = 1$, 但不排斥不满足的波函数;

(5) 满足态叠加原理, 即描述系统可能的量子态的线性组合也是描述系统可能的量子态.

内容 7.1.3. 波函数空间反演宇称, 分为偶宇称和奇宇称.

7.2 薛定谔方程

内容 7.2.1 (含时薛定谔方程). 含时薛定谔方程为

$$i\hbar \frac{\partial \psi(\mathbf{r}, t)}{\partial t} = \left(-\frac{\hbar^2}{2\mu} \nabla^2 + U(\mathbf{r}) \right) \psi(\mathbf{r}, t).$$

推导. 自由粒子平面波函数为 $\psi(\mathbf{r}, t) = Ae^{i(\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}-\omega t)}$, 由德布罗意关系得到 $\omega = \frac{E}{\hbar}$, $\mathbf{k} = \frac{\mathbf{p}}{\hbar}$, 代入求得 $i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} = E\psi$ 和 $\nabla^2 \psi = -\frac{p^2}{\hbar^2} \psi$. 设 μ 是粒子质量, 则 $E = \frac{p^2}{2\mu}$, 则 $i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2\mu} \nabla^2 \psi$.

若不自由, 则考虑势能 $U(\mathbf{r})$, 则 $E = \frac{p^2}{2\mu} + U(\mathbf{r})$, 则得到结论. \square

内容 7.2.2 (定态薛定谔方程). 定态薛定谔方程为

$$E\psi(\mathbf{r}) = \left(-\frac{\hbar^2}{2\mu}\nabla^2 + U(\mathbf{r}) \right) \psi(\mathbf{r}).$$

推导. 将 $\psi(\mathbf{r}, t) = \psi(\mathbf{r})f(t)$, 代入整理即可. □

注 9. 特解 $\psi(\mathbf{r}, t) = \psi(\mathbf{r})e^{-iEt/\hbar}$ 描述了粒子的定态. 其概率密度分布不随时间变化.

内容 7.2.3 (算符表示). 动量算符 $\hat{p} = -i\hbar\nabla$, 哈密顿算符 (能量算符) $\hat{H} = -\frac{\hbar^2}{2\mu}\nabla^2 + U(\mathbf{r})$, 角动量算符 $\hat{L} = \mathbf{r} \times \hat{p}$.

内容 7.2.4. 如果 $\hat{A}\psi = A\psi$, 则称 A 为 \hat{A} 的本征值, 称 ψ 为 \hat{A} 的本征函数.

如果粒子不处于该力学量的本征态, 则该力学量具有一系列可能值, 这些可能值具有确定的概率分布, 由概率分布可以计算平均值 $\langle A \rangle = \bar{A} = \int \psi^*(\mathbf{r})\hat{A}\psi(\mathbf{r})d\tau$.

内容 7.2.5. 概率密度 $\rho(x, y, z, t) = \psi^*(x, y, z, t)\psi(x, y, z, t)$, 概率流密度矢量表示粒子分布概率密度随粒子的流动而在空间的变化, 记作 \mathbf{j}_g .

用薛定谔方程可以推导出 $\frac{d}{dt} \int_V \rho d\tau = -\oint_S \mathbf{j}_g \cdot d\mathbf{S}$ 或 $\frac{\partial \rho}{\partial t} = -\nabla \cdot \mathbf{j}_g$, 称为概率守恒, 事实上还能得到 $\mathbf{j}_g(\mathbf{r}, t) = -\frac{i\hbar}{2\mu}(\psi^*\nabla\psi - \psi\nabla\psi^*)$.

7.3 一维势阱和势垒问题

内容 7.3.1. 考虑 $0 - a$ 处无限势阱, 则内部势能为零, 边界势能无穷大. 代入定态薛定谔方程得到 $E\psi(\mathbf{r}) = -\frac{\hbar^2}{2\mu}\frac{d^2}{dx^2}\psi(\mathbf{r})$, 即 $\frac{d^2\psi}{dx^2} + \frac{2\mu E}{\hbar^2}\psi = 0$. 令 $k = \frac{\sqrt{2\mu E}}{\hbar}$, 解得 $\psi(x) = A \sin(kx + \alpha)$.

由于 $\psi(0) = 0, \psi(a) = 0$, 得到 $\alpha = m\pi, m = 0, 1, 2, \dots$ 且 $ka = n\pi, n = 1, 2, \dots$. 那么我们自然的得到 $E_n = \frac{\pi^2\hbar^2 n^2}{2\mu a^2}$, 这些能量值都是能量的本征值, 则一维势阱的能谱是分立谱. 那么粒子基态能量为 $E_1 = \frac{\pi^2\hbar^2}{2\mu a^2}$.

E_n 对应本征函数为 $\psi_n(x) = A \sin \frac{n\pi x}{a}$, 用归一化条件解得 $A = \sqrt{\frac{2}{a}}$, 则 $\psi_n(x) = \sqrt{\frac{2}{a}} \sin \frac{n\pi x}{a}$.

内容 7.3.2. 考虑有限势阱, 分为 $-\infty \sim 0$ 为零势 P 区, 和 $0 \sim a$ 为势能为 U_0 的 Q 区和 $a \sim \infty$ 的零势 S 区. 不难得知 P 区和 S 区的薛定谔方程为 $\psi''(x) + k^2\psi(x) = 0$, 其中 $k^2 = \frac{2\mu E}{\hbar^2}$; 和 Q 区的薛定谔方程 $\psi''(x) - \gamma^2\psi(x) = 0$, 其中 $\gamma^2 = \frac{2\mu}{\hbar^2}(U_0 - E)$.

P, Q, S 区分别解得 $\psi_1 = A_1 e^{ikx} + B_2 e^{-ikx}$ 和 $\psi_2 = A_2 e^{\gamma x} + B_2 e^{-\gamma x}$ 和 $\psi_3 = A_3 e^{ikx}$. 粒子能穿透比其动能高的势垒的现象称为隧道效应.

Chapter 8

电子的自旋和原子的壳层结构

8.1 电子的自旋

自己看一遍算了。

8.2 原子的壳层结构

自己看一遍算了。

Part IV

狭义相对论

Chapter 9

狭义相对论

9.1 狭义相对论基本原理

内容 9.1.1. 经典时空观念认为时间间隔和空间长度是绝对的 (伽利略变换), 和参考系的运动状态无关.

以太假说盛行, 认为经典电磁学中的普适常量光速 c 的存在使得麦克斯韦方程组只在和绝对参考系相对静止的情况成立. 但迈克尔逊-莫雷实验告诉我们以太不存在.

内容 9.1.2. 狭义相对论基本原理:

(1) 相对性原理: 基本物理规律在所有惯性系中保持相同的数学表达式, 即一切惯性系等价;

(2) 光速不变原理: 在一切惯性系中, 光在真空中的传播速度等于 c , 和光源的运动状态无关.

依据这两条原理, 得到了新的变换——洛伦兹变换如下

$$x' = \frac{x - vt}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}, y = y', z = z', t' = \frac{t - vx/c^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}.$$

逆变换只需要把 v 变为 $-v$.

9.2 狭义相对论的时空观

内容 9.2.1 (同时性的相对性). 考虑两个惯性系 S, S' , 在 S 系不同地方发射光脉冲信号 $A(x_1, y, z, t)$ 和 $B(x_2, y, z, t)$, 其中 $t_1 = t_2$, 在 S' 系观察我们得到

$$\Delta t' = \frac{v(x_1 - x_2)/c^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \neq 0,$$

这就是同时性的相对性.

内容 9.2.2 (时间延缓效应). 在 S' 系中同一地点 x'_0 先后发生 t'_1, t'_2 , 则在 S 系中得到

$$\Delta t = \frac{\Delta t'}{\sqrt{1-v^2/c^2}} > \Delta t'.$$

这就是时间延缓效应.

两件事被认为发生在同一地点的参考系中的时间间隔是最短的, 称为**固有时间间隔**;
时间延缓效应有互逆性.

内容 9.2.3 (长度收缩效应). 在 S' 系中测得长度为 $\Delta L' = \Delta L_0$, 则不难得到在 S 系中长度为 $\Delta L = \Delta L_0/\sqrt{1-v^2/c^2}$, 这就是长度收缩效应. 不难得知长度收缩效应也有互逆性.

内容 9.2.4 (速度变换法则). S 系到 S' 系的速度变换法则如下

$$u'_x = \frac{u_x - v}{1 - vu_x/c^2}, u'_y = \frac{u_y \sqrt{1 - v^2/c^2}}{1 - vu_x/c^2}, u'_z = \frac{u_z \sqrt{1 - v^2/c^2}}{1 - vu_x/c^2},$$

逆变换只需要把 v 变为 $-v$.

9.3 狭义相对论动力学

内容 9.3.1. 相对论质速关系为 $m = \frac{m_0}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$;

相对论动力学基本方程为 $\mathbf{F} = \frac{d\mathbf{p}}{dt} = \frac{d}{dt} \left(\frac{m_0 \mathbf{v}}{\sqrt{1-v^2/c^2}} \right)$.

内容 9.3.2. 我们得到 $\mathbf{F} = m \frac{d\mathbf{v}}{dt} + \mathbf{v} \frac{dm}{dt}$, 则不难得到相对论质点动能表示式 $E_k = mc^2 - m_0c^2 = m_0c^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1-v^2/c^2}} - 1 \right)$. 当 $v \ll c$ 时由泰勒展开不难得到 $E_k = \frac{1}{2}m_0v^2$.

总能量为 $E = mc^2$, 为相对论质能关系.

内容 9.3.3. 不难得到相对论能量-动量关系为 $E^2 = p^2c^2 + m_0^2c^4$.
静止质量为零的粒子总以光速 c 运动.